ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΠΑ.Λ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

17.06.2021

<u>ΘΕΜΑ Α:</u>

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ 65.

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ 28.

Α3. Α) Λάθος

Β) Σωστό

Γ) Λάθος

Α4. Α) $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

Β) $(x^\nu)' = \nu x^{\nu-1}$

Γ) $(cf(x))' = cf'(x)$

<u>ΘΕΜΑ Β:</u>

$f(x) = x^2 - ax + 2, \quad x \in \mathbb{R}.$

Β1. Ισχύει $f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - a \cdot 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow a = 3.$

Β2. Για $\alpha = 3$, είναι $f(x) = x^2 - 3x + 2$ και $g(x) = \frac{f(x)}{x^2-1} = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$

Πεδίο Ορισμού για g: Πρέπει $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow |x| \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 1 \; και \; x \neq -1.$

$Dg = (-\infty, -1) \cup (-1,1) \cup (1, +\infty)$

Β3. $\lim\limits_{x\to1} g(x) = \lim\limits_{x\to1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = -\frac{1}{2}$

$x^2 - 3x + 2$

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1$

$x = 1$ ή $x = 2$

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$

Β4. $f(x) = x^2 - 3x + 2$

$f'(x) = (x^2 - 3x + 2)' = (x^2)' - (3x)' + (2)' = 2x - 3$

$f(0) = 2$

$f'(0) = -3$

Η εξίσωση εφαπτομένης της C_f στο $M\big(0, f(0)\big) = M(0,2)$: $y = \lambda x + \beta$ με $\lambda = f'(0) = -3$

Οπότε $y=-3x+\beta$ και διέρχεται από το Μ άρα $\begin{cases} f(0)=2 \\ f(0)=-3\cdot 0+\beta \end{cases} \Longrightarrow \beta=2$

Άρα $y=-3x+2$.

ΘΕΜΑ Γ:

Γ1.

Έτη υπηρεσίας	Κεντρική τιμή	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα	
[,)	x_i	ν_i	f_i	α_i
[4 ,8)	**6**	**5**	**0,1**	36^o
[8,12)	**10**	**15**	**0,3**	108^o
[12, 16)	**14**	**10**	**0,2**	72^o
[16,20)	**18**	**20**	**0,4**	144^o
Σύνολο		**50**	**1**	360^o

$f_i=\frac{\nu_i}{\nu}, i=1,2,3,4$

- $f_1=\frac{\nu_1}{\nu}\Longrightarrow 0{,}1=\frac{\nu_1}{50}\Leftrightarrow \nu_1=5$
- $f_2=\frac{\nu_2}{\nu}\Longrightarrow 0{,}3=\frac{\nu_2}{50}\Leftrightarrow \nu_2=15$
- $f_3=\frac{\nu_3}{\nu}\Longrightarrow 0{,}2=\frac{\nu_3}{50}\Leftrightarrow \nu_3=10$
- $f_4=\frac{\nu_4}{\nu}\Longrightarrow 0{,}4=\frac{\nu_4}{50}\Leftrightarrow \nu_4=20$

$\alpha_i=f_i\cdot 360^o$

$\alpha_2=f_2\cdot 360^o=0{,}3\cdot 360^o=108$

$\alpha_3=f_3\cdot 360^o=0{,}2\ \cdot\ 360^o=72$

Γ2. Τουλάχιστον 8 έτη: $\nu_2+\nu_3+\nu_4=15+10+20=45$

Γ3. Λιγότερο από 16 έτη: $f_1+f_2+f_3=0{,}1+0{,}3+0{,}2=0{,}6$

Δηλαδή το ζητούμενο ποσοστό είναι 60%.

Γ4. Το εμβαδόν του χωρίου που χωρίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1, όσο το άθροισμα των f_i .

<u>ΘΕΜΑ Δ:</u>

Η περίμετρος είναι 80m.

Δ1. $E = x \cdot y$

$\Pi = 2x + 2y \Longrightarrow 2x + 2y = 80 \Leftrightarrow$

$x + y = 40 \Leftrightarrow y = 40 - x, \quad x > 0 \; και \; y > 0 \;\; άρα \; 40 - x > 0 \Leftrightarrow x < 40$

Οπότε $E(x) = x \cdot (40 - x) = -x^2 + 40x, \quad 0 < x < 40$

Δ2. $E'(x) = (-x^2 + 40x)' = (-x^2)' + (40x)' = -2x + 40$

- $E'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 40 = 0 \Leftrightarrow x = 20.$
- $E'(x) > 0 \Leftrightarrow -2x + 40 > 0 \Leftrightarrow 40 > 2x \Leftrightarrow x < 20.$
- $E'(x) < 0 \Leftrightarrow -2x + 40 < 0 \Leftrightarrow 40 < 2x \Leftrightarrow x > 20.$

x		**0**		**20**		**40**
E(x)			+		-	
E΄(x)			↗		↘	
				Ο.Μ.		

Για $x\epsilon(0,20]$ η συνάρτηση Ε(x) είναι γνησίως αύξουσα.

Για $x\epsilon[20,40)$ η συνάρτηση Ε(x) είναι γνησίως φθίνουσα.

Δ3. Σύμφωνα με το Δ2 η Ε(x) παρουσιάζει Ο.Μ. στο $x = 20$ και η μέγιστη τιμή του εμβαδού είναι $E(20) = -20^2 + 40 \cdot 20 = -400 + 800 = 400m^2$.

Δ4. Είναι $x_A < x_B, \;\; με \; x_A, \;\; x_B \in [20,40)$ όπου η Ε(x) είναι γνησίως φθίνουσα άρα

$$E(x_A) > E(x_B)$$

Δηλαδή το οικόπεδο Α έχει μεγαλύτερο εμβαδό από το οικόπεδο Β.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ